SAATEKS

Noor sõber! Sinu ees on järjekordne raamat füüsika näidisülesannete sarjast, mis on abimeheks füüsika õppimisel, eriti füüsikaülesannete lahendamisel. Eelmine raamat oli mehaanika näidisülesannetest, mis lisaks iga ülesande põhjalikule lahendusele sisaldas täiendavaid seletusi ja kommentaare, et ülesande lahendust pikemalt lahti mõtestada või üldistada ülesande tulemusi teistele analoogilistele juhtudele. Sama jätkub ka käesolevas raamatus, kus vaadeldakse molekulaarfüüsika ja termodünaamika ülesandeid. Füüsika ülesanded tunduvad rasked ja tihti on esialgu võimatu aru saada, mida neis tahetakse. Ometi ei ole nad midagi muud, kui probleemid, mis nõuavad sinu poolt koolis õpitud teooria rakendamist. Selleks on vaja analüüsivõimet, head pealehakkamist ja praktikat. Antud raamatu eesmärgiks on näidata, et füüsika õppimine ja füüsikaülesannete lahendamine ei olegi nii raske, nagu algul paistab, vaja on ainult kannatlikkust ja oskust probleemi analüüsida ning sellele läheneda. Lisaks füüsikale õpetab see raamat sind ka loogiliselt mõtlema, probleemidele süsteemselt lähenema ja on seetõttu heaks abimeheks mitte ainult füüsika tundmaõppimisel, vaid ka kõigis sinu ettevõtmistes. Probleemide analüüs ja nende lahendamise loogika on ühesugune nii füüsikas kui ka mistahes muul elualal.

Loodan, et raamat on heaks abimeheks ka õpetajale. Tihti ei jätku tunnis aega ülesandeid lõpuni lahendada, samuti leiab siit kodus analüüsimiseks probleeme, mille lahenduskäik on raamatus toodud ja füüsikaline sisu avatud. Peale selle ootan kõigilt kasutajailt tagasisidet märkuste, paranduste ja soovituste näol, sest ükski raamat ei ole täiuslik. Teie abiga loodan seda järgnevates trükkides kindlasti parandada ja täiustada.

SISUKORD

SISSEJUHATUS

Füüsika kursuse üks raskemaid osi on tavaliselt ülesannete lahendamine. Selleks on mitmeid põhjusi. Üks olulisemaid on kindlasti see, et siin ainult teooria (seaduste ja valemite) tundmisest ei piisa, vaja on analüüsida ka ülesande või probleemi sisu, kindlaks teha, millistele seaduspärasustele ta allub ja sellele vastavalt leida õige lahenduskäik. Kuna see on üsna aeganõudev tegevus, siis tegeldakse sellega vähe. Tundides on aega napilt ja ka kodus leiab alati muud tegevust. Praktika aga näitab, et ilma elementaarse rakendusoskuseta, s.t oskuseta lahendada ülesandeid füüsikat selgeks ei saa ja päheõpitud seadused ja valemid ununevad üsna pea. Teiseks põhjuseks on see, et on küll palju ülesannete kogusid, aga vähe raamatuid, kus õ p e t a t a k s e ülesandeid lahendama. Käesolev õppevahend püüab seda lünka osaliselt täita, olles teiseks sellelaadseks raamatuks füüsika ülesannete lahendamise õpetamisel. Esimene raamat (R.-K. Loide. Füüsika näidisülesandeid gümnaasiumile. Mehaanika, Koolibri, 2005) oli mehaanika ülesannetest, antud raamat aga käsitleb molekulaarfüüsika ja termodünaamikaga seotud ülesandeid ja probleeme. Raamatu eesmärk ei ole niivõrd lahendustega ülesannete esitamine kui just selgitamine, kuidas konkreetset ülesannet lahendada. Kuivõrd see on õnnestunud, jääb lugejate otsustada. Loodame, et raamat aitab tõsta iseseisvat ülesannete lahendusoskust, sest autori kogemuste põhjal on nii põhikoolis, gümnaasiumis kui ka ülikoolis füüsika õppimisel peamiseks probleemiks just ülesanded.

Ülesannete valik raamatus on piisavalt mitmekesine. Iga osa algab kõige elementaarsemate ülesannetega, mis näitavad põhivalemite kasutamist ülesannete lahendamisel. Edasi tulevad mõnevõrra keerukamad ülesanded, mis on mõeldud neile, kel lihtsate ülesannetega probleeme ei ole. Nende lahendamiseks piisab samuti gümnaasiumi füüsika ja matemaatika tundmisest, kuid nõuab ülesande sisu sügavamat analüüsi. Viimaste lahendamisest on kindlasti kasu neil, kes lähevad kõrgkooli erialale, mis nõuab baasteadmisi füüsikast ja matemaatikast. Ka kõrgkoolis füüsikat õppides tuletatakse kõigepealt meelde füüsika põhiseadused ja lahendatakse lihtsamaid ülesandeid ning alles seejärel asutakse füüsika sügavama käsitluse juurde. Seetõttu loodame, et raamatust on abi nii gümnaasiumis õppides kui ka kõrgkooli esimestel kursustel.

Usun, et käesolev raamat on abiks ka õpetajale. Tihti kipub ülesannete lahendamine jääma formaalseks ja sobivate valemite otsimiseks ning nendega kombineerimiseks. Nii saab tõesti mitmeid ülesandeid lahendada, süvenemata nende füüsikalisse sisusse. Paraku on aga just viimane see kõige olulisem tegur füüsika õppimisel, sest ilma ülesande või probleemi füüsikalist sisu mõistmata ei teki meil ettekujutust looduses valitsevatest seaduspärasustest ja õppimisele kulutatud aeg on raisatud. Autor on seadnud pearõhu just ülesande füüskalise sisu avamisele, analüüsides ennekõike seda, millise liikumise või protsessiga on tegemist, ja alles seejärel astutakse otsima valemeid ning lahendusi. Lahendustele järgnevad tihti kommentaarid, kus püütakse kas eelnevat veel põhjalikumalt lahti seletada või üldistada ülesande tulemusi teistele analoogilistele juhtudele.

Tänan oma kolleegi, dotsent Pavel Suurvarikut käsikirja lugemise ja väärtustlike märkuste eest. Eriti tänulik olen retsensentidele Erna ja Venda Pajule, kes käsikirja põhjalikult retsenseerisid ja andsid olulisi näpunäiteid.

Ootan ka lugejapoolseid arvamusi, seda nii raamatu sisu, ülesannete valiku kui ka lahenduskäikude osas. Arvamused võib saata kirjastusse Koolibri aadressil Hiiu 38, 11620 Tallinn, samuti TTÜ füüsikainstituuti aadressil Ehitajate tee 5, 19086 Tallinn.

Rein-Karl Loide

KUIDAS LAHENDADA FÜÜSIKAÜLESANNET?

Praktika näitab, et füüsikaülesannete lahendamine ei olegi nii raske, kui seda arukalt teha. Igas töös on üheks edu aluseks selle tegemine loogilises ja korrastatud järjekorras. Sama kehtib ka füüsikaülesannete lahendamisel. Samuti kui eelmises raamatus (R.-K. Loide. Füüsika näidisülesandeid gümnaasiumile. Mehaanika, Koolibri, 2005), edasipidi "Mehaanika", toome ka siin mõned üldised põhimõtted, millede järgimisest on abi ülesannete lahendamisel.

1. LOE, MÕTLE
Loe lahendatavat ülesannet hoolikalt ja püüa seda siduda tunnis õpitud materjaliga. Teisisõnu, püüa selgitada, millise liikumise, protsessi või nähtusega on tegemist ja millistele üldistele seadustele see allub.

2. ALGANDMED, OTSITAVAD SUURUSED, JOONIS
Kirjuta välja ülesande algandmed ja suurused, mida on vaja leida. Vajaduse korral tee seda ülesannet iseloomustav joonis, skeem või diagramm.

3. TEOORIA, VALEMID, VÕRRANDID
Kirjuta välja vajalikud valemid ja võrrandid. Nende juurde on kasulik lisada lühike sõnaline kommentaar, selgitamaks, millise nähtusega on tegemist ja milliseid üldisi printsiipe oleks vaja rakendada.

4. LAHENDA, ARVUTA
Lahenda vajalikud võrrandid ja arvuta algandmetest lähtudes tulemus. Mõnikord on võimalik lahendus lõpuni viia algebraliselt ja siis teha arvutused, teinekord on aga praktilisem arvutada enne mõned vahepealsed tulemused ja alles nende kaudu lõpptulemus.

5. ÜHIKUD
Arvutamisel kontrolli, et kõik kasutatavad ühikud oleks samast ühikute süsteemist ja sellest lähtudes kirjuta tulemusele õige ühik.

6. ANALÜÜSI TULEMUST, KONTROLLI
Analüüsi saadud tulemust. Püüa selgusele jõuda, kas see on mõistlik, ehk teisisõnu, võrdle oma tulemust teiste analoogilistes tingimustes saadud tulemustega või otsusta tulemuse üle, lähtudes tavaloogikast ja tervest mõistusest.

7. ANALÜÜSI VEEL KORD
Kui lahend on leitud ja analüüsitud, vaata probleem veel kord üle. Püüa selgitada, kas on ka teisi teid antud ülesande lahendamiseks.
Algul, kui kogemused on väikesed, tasub neid soovitusi järgida täht-tähelt. Hiljem muutub selline tegutsemisviis juba automaatseks ja kujuneb välja kindel ning korrastatud loogilise mõtlemise süsteem. Sellest on palju kasu mitte ainult füüsika, vaid ka teiste elus ette tulevate probleemide lahendamisel.

1. MOLEKULAARFÜÜSIKA ALUSED

Ideaalse gaasi olekuvõrrand

$pV = NkT$,

kus p on gaasi rõhk,
V gaasi ruumala,
N gaasi molekulide arv,
T temperatuur ja
k Boltzmanni konstant.

Juhul kui on antud gaasi hulk ν või gaasi mass m, saab olekuvõrrandi anda veel kahel, eelmisega ekvivalentsel kujul

$$pV = \nu RT, \quad pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

kus R on universaalne gaasikonstant ja μ molaarmass.

Gaasi temperatuur on seotud gaasi molekulide kulgliikumise keskmise kineetilise energiaga järgmiselt

$$kT = \frac{2}{3}\left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle,$$

kus m_0 on molekuli mass ja v kiirus.

Gaasi molekulide ruutkeskmine kiirus

$$v_{rk} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

ÜLESANNE 1.1

Kui suur on vee (H_2O) molaarmass?

LAHENDUS.

Lähtume vee keemilisest valemist H_2O, mille kohaselt vee molekul koosneb kahest vesiniku ja ühest hapniku aatomist. Võttes keemiliste elementide perioodilisuse tabelist vesiniku ja hapniku aatommassid, saame avaldada molaarmassid

$\mu_H = 1$ g/mol $= 0{,}001$ kg/mol,

$\mu_O = 16$ g/mol $= 0{,}016 \cdot$ kg/mol.

Arvestades, et vee molekulis on kaks vesiniku aatomit, saame eelnevat arvestades vee molaarmassiks

$$\mu_{H_2O} = 2\mu_H + \mu_O = (2 \cdot 0{,}001 + 0{,}016)\ \text{kg/mol} = 0{,}018\ \text{kg/mol}.$$

V a s t u s : vee molaarmass on 0,018 kg/mol.

KOMMENTAAR

Eelmisest ülesandest on näha, et molaarmassi leidmine on keemiliste elementide perioodilisuse tabelit ja aine keemilist koosseisu näitavat valemit kasutades üsna lihtne. Võttes tabelist mingi elemendi aatommassi väärtuse, saame selle molaarmassi grammides mooli kohta, mis edasisteks arvutusteks on otstarbekas teisendada kilogrammideks mooli kohta. Seetõttu me edaspidi molaarmasse eraldi arvutama ei hakka, vaid anname molaarmassi väärtuse algandmetes.

ÜLESANNE 1.2

Kui suur on 10 mooli hapniku (O_2) mass? Mitu molekuli on selles gaasikoguses?

LAHENDUS.

Antud:

$\nu = 10$ mol

$\mu_{O_2} = 0{,}032$ kg/mol

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ 1/mol

$m = ?$,

$N = ?$

Teades hapniku molaarmassi (vt eelmist ülesannet), saame ainehulga kaudu arvutada hapniku massi

$$m = \nu\mu_{O_2}.$$

Arvutamine annab tulemuseks

$m = (10 \cdot 0{,}032)$ kg $= 0{,}32$ kg.

Teades ühes moolis aines olevat molekulide koguarvu, mis on määratud Avogadro arvuga, saame molekulide koguarvu valemist

$$N = \nu N_A.$$

Arvutamine annab molekulide koguarvuks

$N = 10 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 6{,}02 \cdot 10^{24}$.

V a s t u s : 10 mooli hapniku mass on 0,32 kg, molekulide koguarv on $6{,}02 \cdot 10^{24}$.

KOMMENTAAR

Nagu eelmise ülesande vastusest näha, on molekulide arv ülisuur, mis tähendab, et ka üliväikestes ainekogustes on ülimalt palju molekule. Kui meil oleks näiteks antud ülesandes vaadeldud ainehulgast miljon korda väiksem ainehulk, oleks molekulide koguarv küll miljon korda väiksem – $6{,}02 \cdot 10^{18}$, kuid ikkagi ülisuur. Kuna me selliseid suuri arve ei oska ette kujutada, siis tuleb piirduda saadud arvudega ja hinnata tulemuses olevaid kümne astmeid. Kuna tavalised makroskoopilised ainekogused on enamasti ühe mooli lähedased või sellest kaks-kolm suurusjärku suuremad või väiksemad, siis on vastav molekulide koguarv suurusjärgus 10^{20}–10^{26}.

ÜLESANNE 1.3

Mitu mooli on 180 g vett?

LAHENDUS.

Antud:

m = 180 g = 0,18 kg

μ_{H_2O} = 0,018 kg/mol

ν = ?

Teades vee massi ja ühe mooli massi, saame ainehulgaks

$$\nu = \frac{m}{\mu_{H_2O}} = \left(\frac{0{,}18}{0{,}018}\right)\text{mol} = 10\ \text{mol}.$$

V a s t u s : 180 grammi vett on 10 mooli.

ÜLESANNE 1.4

Mitu aatomit on ühes grammis süsinikus (C)?

LAHENDUS.

Antud:

m = 1 g = 0,001 kg

μ_C = 0,012 kg/mol

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ 1/mol

N = ?

Molekulide arvu leidmiseks on meil vaja teada ainehulka, sest ülesande 1.2 põhjal võime kirjutada

$N = \nu N_A$.

Teades aga aine massi ja molaarmassi, saame leida ainehulga $\nu = \dfrac{m}{\mu_C}$.

Neid kahte valemit arvestades saame lõppvalemi molekulide arvu leidmiseks

$$N = \frac{m N_A}{\mu_C},$$

mis arvutamisel annab tulemuseks $N = \dfrac{0{,}001 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}012} = 5 \cdot 10^{22}$.

V a s t u s : ühes grammis süsinikus on $5 \cdot 10^{22}$ aatomit.

ÜLESANNE 1.5

Anumas ruumalaga 4 liitrit on 1 gramm vesinikku (H_2). Leida vesiniku kontsentratsioon anumas.

LAHENDUS.

Antud:

$V = 4\text{L} = 0{,}004\ \text{m}^3$

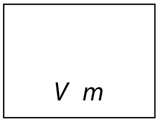
$m = 1\ \text{g} = 0{,}001\ \text{kg}$

$\mu_{H_2} = 0{,}002\ \text{kg/mol}$

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{1/mol}$

$n = ?$

Algandmete näitamiseks teeme joonise 1.1.



Joonis 1.1

Kontsentratsiooni arvutamiseks tuleb leida antud ruumalas olev molekulide koguarv, sest $n = \dfrac{N}{V}$.

Teades massi, molaarmassi ja Avogadro arvu, saame molekulide arvu leida nii nagu eelmises ülesandes 1.4 $N = \dfrac{m N_A}{\mu_{H_2}}$,

mis asendades annab valemi kontsentratsiooni arvutamiseks $n = \dfrac{m N_A}{V \mu_{H_2}}$.

Arvutamine annab tulemuseks $n = \left(\dfrac{0{,}001 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}004 \cdot 0{,}002}\right) \text{m}^{-3} = 7{,}5 \cdot 10^{25} \text{m}^{-3}$.

V a s t u s : vesiniku kontsentratsioon anumas on $7{,}5 \cdot 10^{25} \text{m}^{-3}$.

KOMMENTAAR

Siin ja edaspidi kasutame liitri tähisena L, sest väikese l tähe kasutamine võib tekitada segadusi, kuna arv 1 on sellega trükituna tihti üsna sarnane.

ÜLESANNE 1.6

Maailmameres on hinnanguliselt $1{,}34 \cdot 10^{21}$ liitrit vett. Kujutlegem, et 1 gramm kaaliumpermanganaati ($KMnO_4$) on selles lahustunud ja ühtlaselt jaotunud. Mitu kaaliumpermanganaadi molekuli oleks sel juhul ühes liitris vees?

LAHENDUS.

Antud:

$V = 1{,}34 \cdot 10^{21}\ \text{L}$

$m = 1\text{g} = 0{,}001\ \text{kg}$

$\mu_{KMnO_4} = 0{,}158\ \text{kg/mol}$

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{1/mol}$

$n = ?$

Kuna antud ülesande algandmed on samad, mis eelmises ülesandes 1.5, saame kaaliumpermanganaadi kontsentratsiooni arvutada seal tuletatud valemist

$$n = \frac{m N_A}{V \mu_{KMnO_4}}.$$

Arvutame tulemuse. Kuna antud ülesandes on vaja leida molekulide arv ühes liitris, siis tuleb ka arvutamisel võtta ruumala liitrites

$$n=\left(\frac{0{,}001\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{1{,}34\cdot 10^{21}\cdot 0{,}158}\right)\mathrm{L}^{-1}=3\,\mathrm{L}^{-1}.$$

V a s t u s : ühes liitris vees oleks 3 kaaliumpermanganaadi molekuli. Siin saadud tulemusest ilmneb samuti, et ka väikeses ainekoguses (1 gramm) sisalduv molekulide arv on ülisuur, sest maailmamere, mille veehulk on samuti tohutult suur, ühe liitri kohta tuleks umbes 3 molekuli.

KOMMENTAAR

Võrreldes eelmise ülesandega on antud ülesanne sisuliselt sama, sest eeldades kaaliumpermanganaadi ühtlast jaotust, tuleb meil leida molekulide kontsentratsioon, s.t mitu molekuli tuleb etteantud ruumiühiku kohta. Tulemus ei sõltu sellest, kas kaaliumpermanganaat on lahustunud vees ja selles ühtlaselt jaotunud, või on see toimunud mingis muus keskkonnas. Teisisõnu, meid ei huvita see, kuidas molekulide jaotus on toimunud ja millises keskkonnas, tähtis on ainult see, et molekulid on mingis etteantud ruumalas ühtlaselt jaotunud.

ÜLESANNE 1.7

Võrdle ühesuguse ruumalaga kullast (Au) ja hõbedast (Ag) valmistatud kehade a) masse ja b) ainehulki.

LAHENDUS.

Antud:

$\rho_{Au}=19300\ \mathrm{kg/m^3}$

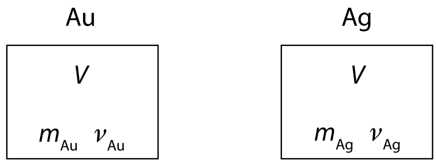
$\mu_{Au}=0{,}197\ \mathrm{kg/mol}$

$\rho_{Ag}=10500\ \mathrm{kg/m^3}$

$\mu_{Ag}=0{,}108\ \mathrm{kg/mol}$

$\frac{m_{Au}}{m_{Ag}}=?$, $\quad \frac{\nu_{Au}}{\nu_{Ag}}=?$

Teeme joonise 1.2.



Joonis 1.2

Ülesande algandmetesse valime ainete tihedused ja molaarmassid. Kuna ülesande andmetel on kehade ruumalad ühesugused, siis oletades, et mõlema keha ruumala on V, saame tiheduse kaudu avaldada kehade massid

$$m_{Au}=\rho_{Au}V \qquad \text{ja} \qquad m_{Ag}=\rho_{Ag}V\,.$$

Siit näeme, et arvutades masside suhte, ruumalad taanduvad ja kehade massid suhtuvad, nagu nende tihedused

$$\frac{m_{Au}}{m_{Ag}}=\frac{\rho_{Au}}{\rho_{Ag}}\,.$$

Arvutamine annab sama ruumalaga kullast ja hõbedast kehade massi suhteks

$$\frac{m_{Au}}{m_{Ag}} = \frac{19300}{10500} = 1,8.$$

Ainehulgad avalduvad massi ja molaarmassi suhtena. Seega

$$\nu_{Au} = \frac{m_{Au}}{\mu_{Au}} = \frac{\rho_{Au} V}{\mu_{Au}} \quad \text{ja} \quad \nu_{Ag} = \frac{m_{Ag}}{\mu_{Ag}} = \frac{\rho_{Ag} V}{\mu_{Ag}},$$

mis annab ainehulkade suhteks

$$\frac{\nu_{Au}}{\nu_{Ag}} = \frac{\rho_{Au}\,\mu_{Ag}}{\mu_{Au}\,\rho_{Ag}}.$$

Arvutamine annab

$$\frac{\nu_{Au}}{\nu_{Ag}} = \frac{19300 \cdot 0,108}{0,197 \cdot 10500} = 1.$$

> V a s t u s : sama ruumalaga kullast keha mass on 1,8 korda suurem hõbedast keha massist, kehade ainehulgad on aga samad.

ÜLESANNE 1.8

Kui suur on ühe veemolekuli mass?

LAHENDUS.

Antud:

$\mu_{H_2O} = 0,018$ kg/mol

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/mol

$m_0 = ?$

Anname kõigepealt aine molaarmassi ühe molekuli massi ja Avogadro arvu kaudu. Kuna ühes moolis olev molekulide arv on võrdne Avogadro arvuga ja kui ühe molekuli mass on m_0, siis molaarmass $\mu = m_0 N_A$.

Siit saamegi avaldada ühe veemolekuli massi

$$m_0 = \frac{\mu_{H_2O}}{N_A}.$$

Arvutamine annab tulemuseks $m_0 = \left(\frac{0,018}{6,02 \cdot 10^{23}}\right) \text{kg} = 3 \cdot 10^{-26}$ kg.

> V a s t u s : ühe veemolekuli mass on $3 \cdot 10^{-26}$kg. Saadud tulemus annab ettekujutuse molekulide masside suurusjärgust, mis tavaliste kehade massidega võrreldes on üliväikesed.

ÜLESANNE 1.9

Milline on lämmastiku (N_2) molekulide ruutkeskmine kiirus toatemperatuuril 20 °C?

LAHENDUS.

Antud:

$\mu_{N_2} = 0{,}028$ kg/mol

$T = 293$ K

$R = 8{,}31$ J/(mol · K)

$v_{rk} = ?$

Lähtume ruutkeskmise kiiruse arvutamise valemist (vaata ülesandele järgnevaid kommentaare)

$$v_{rk} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_{N_2}}}.$$

Asendades siia algandmed, saame tulemuseks

$$v_{rk} = \left(\sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028}}\right) \text{m/s} = 510 \text{ m/s}.$$

V a s t u s : lämmastiku molekulide ruutkeskmine kiirus toatemperatuuril 20 °C on 510 m/s.

KOMMENTAARID

1. Ülesannetes tuleb tihti teisendada temperatuur Celsiuse kraadidest absoluutseks temperatuuriks kelvinites. Sellekohane täpne seos oleks

$T = t + 273{,}15$ K.

Kuna me anname oma lõpptulemuse enamasti kahe kehtiva numbriga, siis sellist täpsust meil vaja ei ole. Seetõttu piirdume järgnevas igal pool teisendusvalemiga

$T = t + 273$ K.

2. Molekulide ruutkeskmine kiirus. Molekuli soojusliikumise iseloomustamiseks kasutatakse tihti ruutkeskmist kiirust, mille leidmine on kõige lihtsam.

Vaatame absoluutse temperatuuri definitsiooni, mille kohaselt absoluutne temperatuur kelvinites on seotud gaasi molekulide kulgliikumise keskmise kineetilise energiaga järgmiselt

$$kT = \frac{2}{3}\left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3}\left(\frac{m_0 < v^2 >}{2}\right),$$

kus k on Boltzmanni konstant, m_0 – ühe molekuli mass ja $< v^2 >$ molekulide kiiruse ruudu keskväärtus.

Tähelepanu! Siin ja edaspidi kasutame keskväärtuse tähistamiseks kandilisi sulge, mitte kriipsu vastava tähise peal. Nii on antud raamatus kiiruse ruudu keskväärtuse tähiseks $<v^2>$, mitte enamkasutatav $\overline{v^2}$. Põhjus on selles, et selle asemel on paljudel juhtudel trükitud $\overline{v}^2$, mis on hoopis kiiruse keskväärtuse ruut (meie tähistustes $<v>^2$).

Ruutkeksmine kiirus on defineeritud kui ruutjuur kiiruse ruudu keskväärtusest

$$v_{rk} = \sqrt{< v^2 >}.$$

Peale lihtsaid arvutusi saame siit esimese valemi ruutkeskmise kiiruse arvutamiseks

$$v_{rk} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

See valem nõuab molekuli massi arvutamist ja ei ole seetõttu otseseks kasutamiseks hea. Kuna moolaarmassi on lihtsam leida, siis anname ruutkeskmise kiiruse valemi molaarmassi kaudu. Selleks korrutame ruutjuure all oleva avaldise lugejat ja nimetajat Avogadro arvuga ja arvestame, et molaarmass $\mu = m_0 N_A$ ning universaalne gaasikonstant $R = kN_A$. Tulemuseks saame

$$v_{rk} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

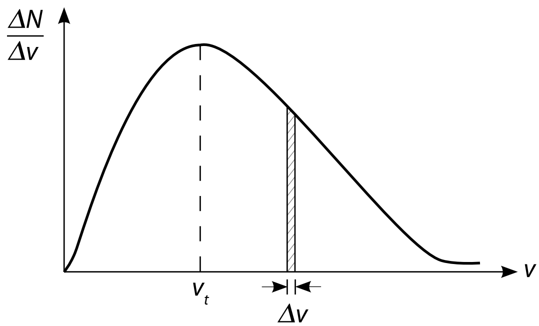
Olgu öeldud, et molekulid gaasis ei liigu ainult ruutkeskmise kiirusega. Gaasi molekulide kiirused on üldiselt väga erinevad, sellest ettekujutuse saamiseks vaatame järgmises kommentaaris molekulide jaotust kiiruste järgi (Maxwelli jaotust).

3. Maxwelli jaotus. Nagu öeldud, on igal temperatuuril gaasis väga erineva kiirusega liikuvaid molekule. Molekulide kiiruste järgi jaotuvuse seaduspärasuse tuletas Maxwell ja seda nimetatakse seetõttu Maxwelli jaotuseks.
Anname Maxwelli jaotuse kõigepealt valemi kujul ja siis iseloomustame seda graafiliselt, sest jaotusvalem on piisavalt keerukas.

$$\frac{\Delta N}{\Delta v} = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$

Siin ΔN on molekulide koguarv, mille kiirused on vahemikus v, $v + \Delta v$.

Toodud jaotusfunktsiooni iseloomustab joonisel 1.3 toodud graafik, millel on lihtne füüsikaline tähendus.



Joonis 1.3

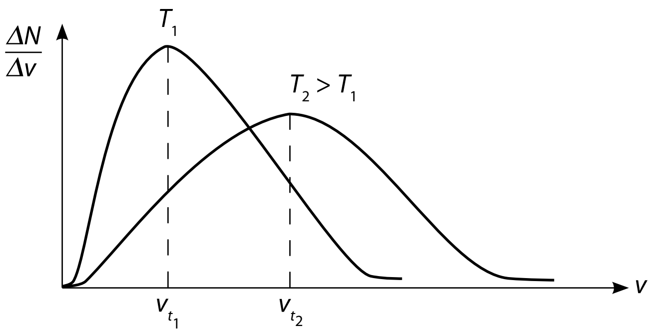
Võttes kiiruste teljel mingi väikese kiiruste vahemiku Δv (näiteks 100 m/s – 101 m/s) ja joonistades välja sellele vastava graafikualuse vertikaalse kitsa riba, annab selle pindala nende molekulide arvu, mille kiirused on valitud kiiruste vahemikus. Mida suurem on selle riba pindala, seda rohkem on vastavas kiirusvahemikus liikuvaid molekule ja vastupidi, mida väiksem on pindala, seda vähem antud kiirustega liikuvaid molekule on.

Nagu graafik näitab, on nende molekulide arv, mille kiirused on väiksed, samuti väike. Väike on reeglina ka väga suurte kiirustega liikuvate molekulide arv. Kõige suurem on nende molekulide arv, mis liiguvad graafiku maksimumile vastava või sellele lähedaste kiirustega. Graafiku maksimumile vastavat kiirust nimetatakse tõenäoseimaks kiiruseks. Tõenäoseim kiirus oleks seetõttu ka kõige loomulikum kiirus gaasi molekulide liikumise iseloomustamiseks, sest sellest oluliselt aeglasemaid molekule ja oluliselt kiiremaid molekule on suhteliselt vähe.

Tõenäoseim kiirus arvutatakse valemiga $v_t = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$.

Ülesannete lahendamise juures kasutame tavaliselt ruutkeskmist kiirust, sest selle valem on temperatuuri definitsioonist lihtsalt saadav. Kui võrrelda valemeid, siis saame $v_{rk} = 1{,}22v_t$.
Ülesandes 1.9 me arvutasime lämmastiku molekulide ruutkeskmise kiiruse toetemperatuuril 20 °C ja saime tulemuseks 510 m/s. Arvutades sellest tõenäoseima kiiruse, saaksime 418 m/s. See tähendab, et tegelikult liigub suurem osa molekule kiirusega 418 m/s ja sellele lähedaste kiirustega. Olgugi, et ruutkeskmine kiirus on sellest mõnevõrra suurem, annab ta siiski päris õige ettekujutuse molekulide tegelikest kiirustest ja näitab, et tavatingimustes on molekulide kiirused suhteliselt suured.
Et saada ettekujutust molekulide kiirustest erinevate temperatuuride korral, anname molekulide jaotuse kiiruste järgi kahe erineva temperatuuri jaoks (joonis 1.4).

Joonis näitab, et kui madalama temperatuuri korral on kiiresti liikuvaid molekule vähe, siis temperatuuri kasvades suureneb oluliselt suuremate kiirustega liikuvate molekulide arv.



Joonis 1.4